

**Черанёва Людмила Афанасьевна,**

учитель математики первой квалификационной категории МОАУ «Лицей № 21»,  
г. Киров

[cheraneva\\_66@list.ru](mailto:cheraneva_66@list.ru)

## Изучение определений и правил в технологии преподавания математики четырёхурочными циклами в 5–6-х классах

**Аннотация.** В статье автор раскрывает методические особенности поэтапного формирования умственных действий при работе с понятиями и алгоритмами на уроках математики в 5–6-х классах средней школы. Предполагается, что обучение ведётся по технологии преподавания четырёхурочными циклами.

**Ключевые слова:** поэтапное формирование умственных действий, преподавание математики, развитие учащихся, четырёхурочные циклы.

В основе технологии преподавания четырёхурочными циклами лежит теория поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной [1]. В исследованиях, выполненных под их руководством, показано, что если в виде ориентиров задавать учащимся существенные признаки понятий в готовом виде и обучать приёмам их исследования, то можно эффективно формировать понятия. При таком подходе создаётся общая ориентировочная основа, задаётся система изначально выделенных опознавательных знаков и показывается способ работы с ними.

В соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий М. Б. Волович предлагает организовать усвоение понятий следующим образом [2]:

- 1) в схематической форме отобразить основное содержание подлежащего усвоению материала и способов работы с ним (этап ориентировки в новом материале);
- 2) проконтролировать ход выполнения самостоятельной работы с понятием и её результаты (подконтрольное или материализованное оперирование);
- 3) перейти от пошагового контроля к самоконтролю (снятие контроля).

### 1. Организация усвоения определений.

В 5–6-х классах наиболее распространёнными являются определения понятий через род и видовое отличие, то есть для каждого понятия, определение которого подлежит усвоению, можно указать и род, и видовое отличие. Например, в определении: «Квадрат – не любой прямоугольник, а только такой, у которого длина и ширина одинаковы» – родовым понятием является «прямоугольник», видовым отличием – «равенство длины и ширины». Кроме того, определение вводит слово (термин), смысл которого становится понятным благодаря этому определению. Способ работы с определением заключается в следующем:

- 1) осуществляется распознавание того, могут ли быть указанные объекты обозначены данным термином: а) принадлежит ли рассматриваемый объект к родовому понятию; б) обладает ли он включёнными в определение видовыми отличиями;
- 2) организуется выведение следствий (выводов): а) принадлежности к объёму родового понятия; б) наличия видовых отличий.

**На этапе ориентировки** полезно представить подлежащее усвоению определение в схематической форме, которая бы фиксировала все компоненты определения, ориентировала учащихся на способы работы с ним.

Учитывая сказанное, схематическая запись любого определения должна удовлетворять следующим требованиям:

- 1) включать в себя: а) слово или словосочетание, которое вводит определение

(термин); б) указание на группу объектов, из которых выделена данная подгруппа объектов (родовое понятие); в) свойства, наличие которых выделяет объекты рассматриваемой подгруппы из всех других объектов, составляющих объем родового понятия (видовые отличия);

2) напоминать, какую работу с помощью этого определения можно выполнить: а) установить, можно ли указанный объект обозначить введённым определением термином; б) сделать вывод о наличии у объекта некоторой совокупности свойств (или, наоборот, если объект не может быть обозначен данным термином, об отсутствии у него некоторой совокупности свойств).

Такая запись может рассматриваться как опора, как набор ориентиров при самостоятельном выполнении первых заданий. При этом ученик, ничего не заучивая, может приступить к распознаванию того, можно ли указанный объект обозначить данным термином, а так же к выведению следствий.

Наиболее полно перечисленным требованиям удовлетворяет запись определений в виде: (термин)  $\Leftrightarrow$  (род и видовое отличие).

Например, ( $F$  – квадрат)  $\Leftrightarrow$  ( $F$  – прямоугольник  $ABCD$  и  $AB = BC$ ).

Нередко при записи определения нецелесообразно указывать родовое понятие. Например, ( $a \neq 0, b \neq 0$  – противоположные числа)  $\Leftrightarrow$  ( $|a| = |b|$ ;  $a$  и  $b$  имеют противоположные знаки). Если не подразумевать, что  $a$  и  $b$  – числа, то запись просто не имеет смысла.

Двойная стрелка, используемая при схематической записи определений, выступает на первых порах не как математический символ, а как условное обозначение, напоминающее о необходимости выполнять распознавание и выведение следствий. Учащиеся должны понять, что утверждения слева и справа от двойной стрелки либо одновременно оба истинны, либо одновременно оба ложны. Постепенно нужно организовать специальную работу, которая бы знакомила учащихся с сущностью эквивалентности. В частности, с тем, что каждое утверждение, записанное с помощью двойной стрелки, означает справедливость четырех утверждений.

Например: записать определение перпендикулярности прямых, с так же четыре вывода, которые можно сделать из определения.

Решение: ( $n \perp m$ )  $\Leftrightarrow$  (прямые  $n$  и  $m$ , пересекаясь, образуют четыре прямых угла).

Выводы:

1) если  $n$  и  $m$  перпендикулярны, то при их пересечении образуется четыре прямых угла;

2) если  $n$  и  $m$  неперпендикулярны, то при их пересечении не образуется четыре прямых угла;

3) если при пересечении прямых  $n$  и  $m$  образуется четыре прямых угла, то прямые  $n$  и  $m$  перпендикулярны;

4) если при пересечении прямых  $n$  и  $m$  не образуется четыре прямых угла, то прямые  $n$  и  $m$  неперпендикулярны.

Когда подлежащее усвоению определение представлено в краткой схематической записи, можно переходить к организации следующего этапа усвоения – подконтрольному оперированию.

**Подконтрольное (материализованное) оперирование** предполагает организацию самостоятельной работы учащихся таким образом, чтобы учитель мог проконтролировать не только конечный результат, но и сам процесс получения результата.

При распознавании того, может ли объект быть обозначен данным термином, контролю подлежит наличие у объекта свойств, записанных в схеме определения правее двойной стрелки. Результаты этой проверки и окончательный вывод должны оставлять материальные следы (фиксироваться учеником).

Например, если после введения определения противоположных чисел и предъявления краткой схематической записи, учитель предлагает установить, являются ли противоположными числа: а) 0,5 и  $-\frac{1}{2}$ ; б) 0,2 и  $\frac{1}{5}$ ; в) 5 и  $-\frac{1}{5}$ , то записи учащихся могут иметь вид:

а)  $|0,5| = |-\frac{1}{2}|$  и знаки чисел разные, все условия выполняются, и поэтому числа 0,5 и  $-\frac{1}{2}$  – противоположные;

б)  $|0,2| = |\frac{1}{5}|$  и знаки чисел одинаковые, не все условия выполняются, значит, числа 0,2 и  $\frac{1}{5}$  не являются противоположными.

в)  $|5| \neq |-\frac{1}{5}|$ , значит, числа 5 и  $-\frac{1}{5}$  не являются противоположными.

Во втором задании учащиеся могут сразу заметить, что числа 0,2 и  $\frac{1}{5}$  имеют одинаковые знаки и сделать вывод, что они не противоположные. Обсуждение таких моментов очень полезно.

Выполнение таких записей в тетрадях отнимает много времени, для этой цели следует использовать тетради на печатной основе, которые бы соответствовали логике подконтрольного оперирования с подлежащим усвоению материалом.

Выведение следствий (выводов) из факта обозначения объекта данным термином на этапе подконтрольного оперирования целесообразно организовать не как отдельное задание, а в ходе решения задач. Это приучает школьников к разворачиванию условия и делает выведение следствий более естественным.

**На этапе снятия контроля** сознание ученика направлено на выполнение операции, но материализованных следов, позволяющих проконтролировать ход выполнения работы, при этом не остаётся. После того как подконтрольная, но уже не оставляющая следов работа завершена, можно переходить к заданиям, где контролируется лишь конечный результат. Если ученик затрудняется или делает ошибки полезно вернуть его на предыдущий этап – подконтрольного оперирования.

Если общий способ работы с определением усвоен, можно сразу организовать работу учащихся с новым определением «в уме».

При таких условиях обучения учащиеся будут не просто заучивать и бездумно цитировать различные определения, а исследовать, какие именно свойства зафиксированы в том или ином определении, как это определение получено. Данная работа превращает определение в действенное средство решения задач.

## 2. Организация усвоения алгоритмов.

Работа над усвоением алгоритмов будет так же проходить этапы ориентировки, подконтрольного оперирования и перехода к самоконтролю.

На этапе ориентировки необходимо фиксировать каждую операцию подлежащего усвоению алгоритма (вычленение составляющих алгоритм операций, запись алгоритма в схематической форме).

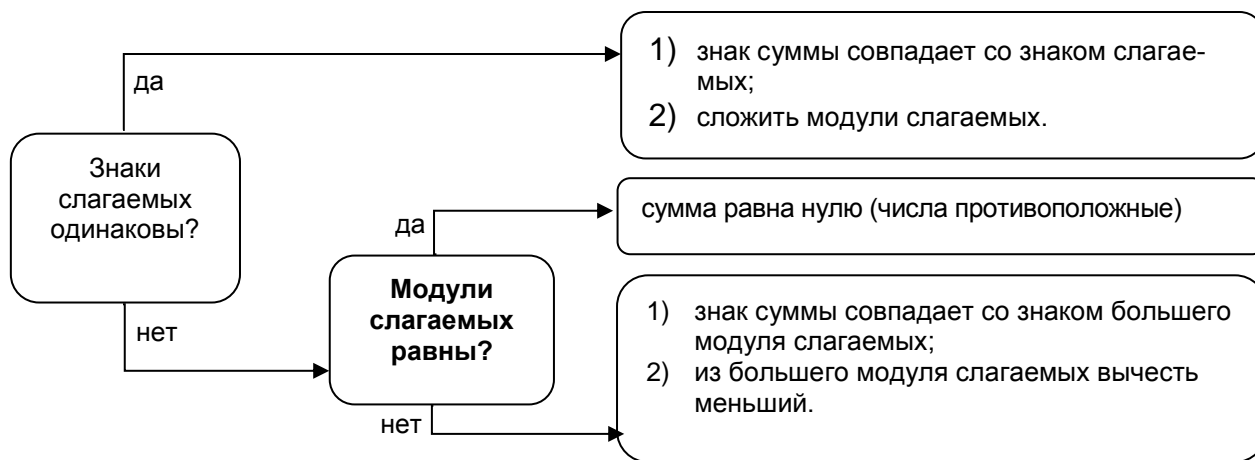
На этапе подконтрольного оперирования нужно обеспечить выполнение соответствующих вычленений по заданному образцу.

Снятие контроля и переход к самоконтролю осуществляется постепенно и зависит от субъективных особенностей каждого ученика.

После того как знакомство с алгоритмами сложения отрицательных чисел и чисел с разными знаками завершено, полезно рассмотреть единый алгоритм сложения положительных и отрицательных чисел: умение пользоваться именно этим алгоритмом определяет успешность соответствующих вычислений.

**Этап ориентировки.**

1. Вычленение составляющих алгоритм операций:
  - 1) сравнение знаков слагаемых и вывод о знаке суммы;
  - 2) нахождение модуля суммы.
2. Запись алгоритма в схематической форме.



**На этапе подконтрольного оперирования** работа ученика может заключаться в обращении к схеме и определения знака суммы и модуля суммы.

**Пример.** Выполните действия: а)  $-5,2 + (-2,7)$ ; б)  $-8,76 + 5,9$ ; в)  $-31,7 + 31,7$ .

**Решение:** а) слагаемые имеют одинаковые знаки, поэтому знак суммы, такой же, как у слагаемых; модуль суммы равен сумме модулей

$$-5,2 + (-2,7) = -(|-5,2| + |-2,7|) = -(5,2 + 2,7) = -7,9;$$

б) слагаемые имеют разные знаки и разные модули;  $|-8,76| > |5,9|$ , значит, знак суммы такой же, как у числа  $-8,76$ , т. е. минус; модуль суммы равен разности модулей, т. е.  $|-8,76| - |5,9|$

$$-8,76 + 5,9 = -(|-8,76| - |5,9|) = -3,16;$$

в) слагаемые имеют разные знаки и равные модули; сумма равна нулю.

**Снятие контроля** заключается в сокращении подробных записей. В начале рассматриваемого этапа желательно проговаривать «шаги» схемы.

Систематическая работа по составлению и анализу алгоритмов приучает учащихся ясно, точно и доказательно мыслить, обнаруживать ошибки в обоснованиях.

После того, как учащиеся осознают общие способы работы с понятиями, достаточно будет обеспечить ориентировку в подлежащем усвоению материале и организовать оперирование и ним в какой-нибудь форме (например, «в уме»).

Организация работы с понятиями в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий осуществляет смещение ориентировки с результата выполнения задания на процесс его выполнения путём усвоения системы обобщенных

способов работы, что обеспечивает их широкий перенос, гибкость использования, самостоятельность применения. При этом учащиеся начинают самостоятельно строить свои учебные действия, контролировать не только конечный результат своей работы, но её отдельные этапы, планировать ход её выполнения, оценивать уже выполненные действия в системе других.

Всё это повышает интерес к учению, делает его более увлекательным, приводит к продуктивным результатам и в конечном итоге сказывается на формировании личности ученика, качестве его ума, потребности в знаниях, стремлении к их практическому использованию.

Каждый этап работы над понятием обогащает учителя важными сведениями об ученике, его субъективном опыте, имеющимися у него способами усвоения учебного материала, что позволяет активизировать умственную деятельность каждого ученика, дифференцировать процесс обучения.

Изучение определений и правил в технологии преподавания четырехурочными циклами, через специально организованную учебную деятельность, обеспечивает их подлинное усвоение. Сама же организация учебной деятельности активизирует процесс учения, обеспечивает осознанное выполнение учебного задания на всех его этапах, своевременное исправление ошибок, обеспечивает развитие у учащихся самостоятельности, инициативы в поисках новых, более совершенных способов работы.

## Ссылки на источники

1. Гальперин П. Я., Талызина Н. Ф. Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий. – М.: МГУ, 1981.
2. Волович М. Б. Наука обучать. – М., 1995. – 240 с.

**Cheraneva Lyudmila,**

*math teacher first qualifying category MOAU "Lyceum № 21", Kirov*

[cheraneva\\_66@list.ru](mailto:cheraneva_66@list.ru)

## **Study of definitions and technology teaching mathematics four time limit cycles in 5-6th grades**

**Abstract.** The author reveals the methodological features of stage formation of mental actions when working with the concepts and algorithms in mathematics lessons in the 5-6-x high school. It is assumed that it is conducted according to the technology of teaching four time limit cycles.

**Keywords:** the gradual formation of mental actions, teaching mathematics, the development of students four time limit cycles.

**Рецензент:** Горев Павел Михайлович, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и методики обучения математике ВятГГУ, главный редактор журнала «Концепт»