

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и методики обучения математике ФГБОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет», г. Киров  
[pavel-gorev@mail.ru](mailto:pavel-gorev@mail.ru)

**Зыков Игорь Сергеевич,**

студент V курса факультета информатики, математики и физики ФГБОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет», г. Киров  
[i\\_zykov@list.ru](mailto:i_zykov@list.ru)



## **Использование задач открытого типа на различных этапах урока математики**

**Аннотация.** В статье авторы акцентируют внимание на возможностях использования открытых задач в обучении математике, описывают ряд требований, предъявляемых к такого рода задачам. Приводятся примеры использования открытых и частично открытых задач на различных этапах урока математики с целью активизации творческого потенциала учащихся средней школы.

**Ключевые слова:** обучение математике, задачи открытого типа, проблемное обучение, развивающее обучение, развитие креативности.

**Раздел:** (01) педагогика; история педагогики и образования; теория и методика обучения и воспитания (по предметным областям).

Одним из важных направлений модернизации отечественного образования является преодоление репродуктивного стиля обучения и переход к такой образовательной системе, которая бы в полной мере могла обеспечить познавательную активность и самостоятельность мышления учащихся. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования ориентирует школу на овладение учащимися не только предметными, но и метапредметными, личностными результатами, в том числе обеспечивающими роста творческого потенциала учеников, их готовности к применению универсальных учебных действий в жизненных ситуациях [1].

Большинство сложившихся форм и методов обучения математике ориентированы на накопление учеником суммы знаний, а не на развитие его творческих способностей. Сегодня возникает острая необходимость формирования у школьника такой деятельности, которая позволяла бы ему полноценно сосуществовать с окружающей средой, а также творчески реализовываться в ней на основе внутреннего потенциала. При этом если интеллектуальный потенциал выступает как возможность человека вести адекватную жизнедеятельность в конкретном социальном окружении, то творческий потенциал выступает в качестве предпосылки для саморазвития человека [2].

При обучении математике большая часть времени отводится решению задач. Однако в массовой школьной практике решение задач чаще всего рассматривается лишь как средство отработки и закрепления школьниками программного материала, а развитие творческих способностей учащихся осуществляется искусственными приемами. В то же время известно, что наиболее полно стимулированию и обеспечению формирования познавательной самостоятельности, самооценности познания способствует такая система обучения, которая обращена не столько к знаниям учащихся (знания выступают базой), сколько к их аналитическим способностям, умению выделять главное и на его основе строить решение конкретной задачи.



В связи с этим одним из средств развития интеллектуальной и творческой деятельности ученика могут стать специально конструируемые системы математических задач [3], в частности открытого типа.

Про деление задач на закрытые и открытые говорилось уже немало [4–7]. Здесь мы остановимся на этой типизации задач с точки зрения ее использования при обучении математике.

Так, на ознакомительном уровне освоения учебного материала чаще используются *закрытые задачи*. Задачи такого типа предусматривают четкую и однозначную трактовку условия проблемы. В результате задача имеет, как правило, одно верное решение. Примером закрытой задачи на этапе закрепления учебного материала в 8-м классе может служить следующая задача.

**Задача 1.** Найдите корни уравнения  $x^2 - 5x + 4 = 0$ .

При решении этой задачи достаточно применить формулу корней квадратного уравнения, то есть известный школьникам алгоритм действий.

На продуктивном уровне также используются *частично открытые задачи* – это, как правило, задачи повышенного уровня сложности или задачи «творческого» характера из учебников. Например, при изучении темы «Прямая и обратная пропорциональная зависимость» у учеников возникают трудности с определением типа зависимости, поэтому можно предложить им следующую задачу.

**Задача 2.** Выберите пословицы, отражающие вид зависимости.

Например, это могут быть пословицы «Чем дальше в лес, тем больше дров» (прямая зависимость), «Тише едешь, дальше будешь» (обратная зависимость) [8].

На творческом (или продвинутом продуктивном) уровне используются уже *открытые задачи*. Сам термин «открытые задачи» сегодня имеет несколько толкований.

С одной стороны, открытые задачи (задачи без вариантов ответов) являются одной из форм тестовых заданий. Другой смысл в термин «открытая задача», связанный не с контролем, а непосредственно с процессом обучения, вкладывает автор дидактической эвристики А. В. Хуторской. Здесь под открытыми задачами понимаются «задания, у которых нет и не может быть заранее известных решений или ответов» [9]. Отсутствие заранее определенного решения, готового ответа стимулирует школьников к самопознанию, реализации своего творческого потенциала. Открытые задания предполагают лишь возможные направления. Получаемый же учеником результат уникален и отражает степень его творческого самовыражения. Однако, на наш взгляд, в определении А. В. Хуторского выражена самая высокая степень открытости задания. Многие задания в математике для учителя имеют определенные решения и ответы (может быть несколько), но, тем не менее, для учащихся они могут быть названы открытыми. Другое дело, готов ли к решению такой задачи учащийся, доступна ли она его возможностям, проявляет ли он к ней интерес. Здесь важен субъективный фактор.

Поэтому под открытыми задачами мы понимаем такие задачи, которые имеют несколько вариантов решения, предполагают возможность уникальных ответов или позволяют ученикам самостоятельно открывать неизвестные им факты, а также учитывают их индивидуальные возможности.

Цель таких заданий – максимально вовлечь учащихся в творческую познавательную деятельность.

Выделим характеристики основных параметров открытых задач:

- условие «размытое», есть степень неопределенности;
- методы решения, применимые к задаче, могут быть разнообразными.



Открытые задачи имеют размытое условие (с лишними данными или с недостатком данных), из которого недостаточно ясно, как действовать, что использовать при решении, но понятен требуемый результат. Они имеют множество путей решения, которые не являются «прямолинейными», двигаясь по которым попутно приходится преодолевать возникающие «препятствия». Вариантов решения много, нет понятия «правильное решение»: решение либо применимо к достижению требуемого условия, либо нет.

Условие открытой задачи для учебной цели необходимо построить так, чтобы задача была интересна, понятна и максимально вовлекала ребят в творческую познавательную деятельность. Для достижения этого необходимо, чтобы открытые задачи удовлетворяли ряду требований [10, 11].

1. *Наличие смыслового контекста.* Наличие смыслового контекста в задании связано с тем, как воспринимает это задание учащийся: как значимое, имеющее для него самую ценность или как незначимое, неценное. Наличие смыслового контекста связано с такими личностными проявлениями ученика, как возникновение намерения к решению, придание смысла решению задачи, оценка процесса и результата решения, взятие на себя ответственности за полученный результат и др.

2. *Проблемность.* Наличие противоречия между содержанием задания и имеющимся у учащегося опытом.

3. *Неопределенность.* Неопределенность задания может выражаться в таких характеристиках, как открытость условия и многовариантность решения. Открытость условия означает отсутствие критериев правильности действий ученика или возможность ученика самостоятельно открыть какой-либо факт, правило и т. д. Многовариантность решения представляется особенно значимой, так как задания, имеющие несколько вариантов решения, обладают большей открытостью, чем задания с единственным решением. Наибольшей степенью открытости обладают такие задания, ответы на которые могут быть уникальными у каждого ученика.

4. *Доступность.* Для учителя возможность решения задания имеет принципиальное значение. Если учащийся не сможет решить предлагаемые задания, то о поддержке становления творческой деятельности не может быть и речи. К тому же неудачи в решении заданий отрицательно влияют на внутреннюю мотивацию деятельности.

5. *Связь с курсом математики.* Задание должно способствовать расширению математических знаний, получаемых в рамках школьной программы.

6. *Интегративность.* Интегративность задания определяет связь содержания с различными отраслями науки, производства и искусства.

Мы считаем, что данные требования являются достаточными для построения систем математических открытых задач.

Открытые задачи позволяют ученикам конструировать собственные знания о реальных объектах познания. Степень определенности задания является ключевой в становлении интеллектуально-творческой деятельности. Учитывая уровень развития интеллектуально-творческой деятельности конкретного ученика, учитель может изменять интеллектуальный и творческий потенциалы задания, вводя или удаляя информацию, изменяя способ ее предъявления, т. е. изменяя степень определенности содержания задачи в целях стимулирования становления интеллектуально-творческой деятельности. При этом интеллектуальный потенциал задания позволяет учащемуся максимально проявить свои мыслительные способности, чтобы добиться получения нового результата, а творческий потенциал задания дает возможность проявить свои способности к творчеству.

Для наиболее эффективного оценивания и мотивации учащихся важны критерии оценки открытых задач. В работах Дж. Гилфорда выделены показатели творче-



ского мышления: беглость, гибкость, оригинальность, разработанность. Темп поиска ответа характеризуется беглостью творческого процесса и общим числом ответов с учетом множества методов решения открытых задач, среди которых решающий предлагает оптимальное. Показатель гибкости характеризует способность к быстрому переключению и определяется числом классов (групп) данных ответов, среди которых учащийся предлагает наиболее эффективный.

Среди всего многообразия открытых задач отдельно выделим задачи с математическим содержанием и математические открытые задачи.

Задачи с математическим содержанием предполагают использование математических терминов в условии задачи. Но решение таких задач возможно и без математического аппарата.

**Задача 3.** Необходимо просверлить квадратное отверстие. Как это сделать?

Квадратные отверстия создаются при помощи специальной детали, конструкция которой основывается на свойствах треугольника Рело.

Математические открытые задачи представляют собой такие открытые задачи, в условии которых также присутствует математическое содержание, но при решении необходимо использовать полученные математические знания.

**Задача 4.** Известно, что треугольники  $ABC$  и  $ADC$  прямоугольные и равнобедренные. Следует ли из этого, что  $AC = AD$ ?

В этом случае ответ может быть и утвердительным, и отрицательным в зависимости от расположения треугольников относительно друг друга.

Задачи такого рода могут быть эффективно использованы на различных этапах урока математики, в том числе в построении отдельного урока «одной» задачи [12]. Однако здесь мы остановимся непосредственно на применении открытых задач на разных этапах урока и рассмотрим его на примере изучения темы «Параллельные прямые». При описании этапов урока мы придерживаемся методики структурного анализа урока Ю. А. Конаржевского [13].

1. *Этап подготовки учащихся к активному и сознательному усвоению нового материала.* На данном этапе использование открытых задач позволяет повторить достаточно емко многие теоретические факты. Это достигается варьированием условий задачи и составлением дополнительных вопросов (частичное использование метода контрольных вопросов). Для данного этапа наиболее подходящими являются те открытые задачи, в которых есть возможность изменения или дополнения условия либо неоднозначность задаваемого вопроса. Поэтому на этапе активизации знаний могут быть использованы открытые задачи, не слишком сложные для восприятия. Есть возможность использования на данном этапе частично открытых задач. По форме проведения приоритетней будет фронтальная работа с классом.

**Задача 5.** Худое житье было старику со старухой: век они прожили, а детей не нажили. И сделал тогда старик мальчика-соломинку. А тот возьми да и оживи.

Смотрят старики на своего Терешечку – так они его называли – не нарадуются. Стал Терешечка подрастать. Стал вопросы задавать. Как-то спрашивает: «Батюшка, посмотри, у меня  $\angle BAK = 32^\circ$ ,  $\angle KAC = 29^\circ$ ,  $\angle ACF = 61^\circ$ ,  $\angle AKM = 148^\circ$ .

1) Скажи, параллельны ли моя ножка  $KM$  и ручка  $AB$ ?

2) А ножка  $KM$  и ручка  $CF$ ?

3) Может ли ножка  $KN$  быть параллельна ручке  $AC$ ? Если может, то при каком условии? На что вы опирались в данном обосновании?

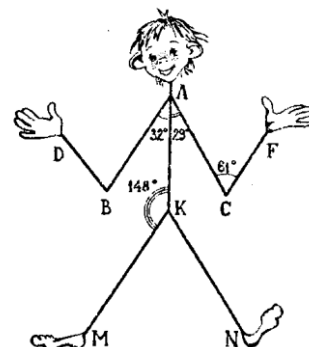


Рис. 1



- 4) Может ли ножка  $KN$  быть параллельна ручке  $BD$ ? Если да, то при каком условии?  
5) Сколько всего пар параллельных между собой прямых может быть на рисунке (см. рис. 1)?»

Старик со старухой только плечами пожимают. Ответьте Терешечке на его вопросы. Какие еще вопросы можно задать по исходному чертежу?

**Решение.** 1) Да, параллельны, так как сумма односторонних углов при прямых  $AB$  и  $KM$  и секущей  $AK$  равна  $180^\circ$ . 2) Да, так как  $\angle BAC = \angle FCA = 61^\circ$ . А это накрест лежащие углы при прямых  $AB$  и  $CF$  и секущей  $AC$ . Следовательно,  $AB \parallel CF$ .  $AB \parallel KM$ , так как  $\angle BAK + \angle AKM = 180^\circ$ , а это односторонние углы при прямых  $AB$  и  $KM$  и секущей  $AK$ . Тогда  $CF \parallel KM$ . 3)  $KN$  может быть параллельна  $AC$  при условии, что  $\angle AKN = 151^\circ$ . Далее надо воспользоваться третьим признаком параллельности прямых, использующим односторонние углы. 4) Может. Например, если  $\angle ABD = 61^\circ$ , а  $\angle AKN = 148^\circ$ . 5)  $AB \parallel KM$ ,  $AB \parallel CF$ ,  $KM \parallel CF$ ,  $AC \parallel KN$  (если  $\angle AKN = 151^\circ$ ),  $DB \parallel AC$  (если  $\angle DBA = 61^\circ$ ),  $DB \parallel KN$  (если  $\angle AKN = 151^\circ$ ,  $\angle DBA = 61^\circ$ ).

Эту задачу-сказку предполагается использовать после изучения признаков параллельности прямых.

2. **Этап усвоения новых знаний.** Отличием задач этого этапа является их более высокая степень сложности по сравнению с предыдущим этапом. Задачи этого этапа следует выбирать исходя непосредственно из цели этапа. Полезно использовать на этом этапе задачи, подводящие под понятие, а также задачи на доказательство и исследование различных вариантов, то есть задачи, из условий которых можно получить достаточно много фактов и их доказать. По форме проведения возможно использовать фронтальную работу, работу в группах, индивидуальную работу с последующим обсуждением.

**Задача 6.** Используя эти соответственные и односторонние углы, сформулируйте и по возможности обоснуйте признаки параллельности прямых. (*Подсказка: предположите, что прямые уже параллельны. Что вы можете сказать про данные углы?*)

Работа осуществляется в группах. Первая группа «придумывает» признаки, использующие односторонние углы, вторая – соответственные.

Данная задача используется после рассмотрения первого признака параллельности прямых, но когда еще не рассмотрены второй и третий признаки параллельности прямых.

3. **Этап закрепления нового материала.** В отличие от предыдущего, задачи этого этапа должны быть направлены на выработку практических умений применения нового материала. Поэтому полезным на данном этапе будет использование открытых задач различного уровня сложности: от задач по готовым чертежам до задач на доказательство и обоснование. Задачи должны быть рассчитаны как на сильных, так и на слабых учеников. По форме проведения возможны как индивидуальная работа, особенно со слабыми учениками, так и проведение некоторых математических соревнований по решению задач.

**Задача 7.** Дима провел три прямые и измерил несколько углов. У него получились углы  $20^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  и  $140^\circ$ . Могло ли так быть?

**Решение.** Возможны 3 случая.

Первый случай: три прямые параллельны. Этот случай не подходит к условию задачи, так как не образуется углов между прямыми.

Второй случай: две прямые параллельны, третья – секущая (см. рис. 2). Поскольку прямые параллельны, то накрест лежащие углы равны и соответственные углы равны.

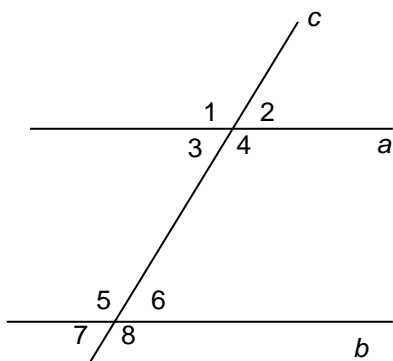


Рис. 2

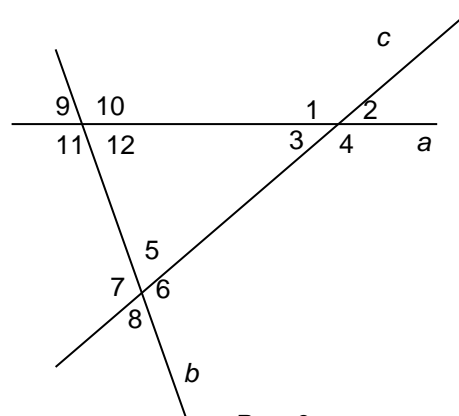


Рис. 3

Без ограничения общности можно принять  $\angle 1 = 140^\circ$  (так как угол тупой). Тогда  $\angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 140^\circ$ .  $\angle 2 = 40^\circ$  (как смежный с  $\angle 1$ ). Но такого значения угла у нас нет. Следовательно, таких углов получиться не могло.

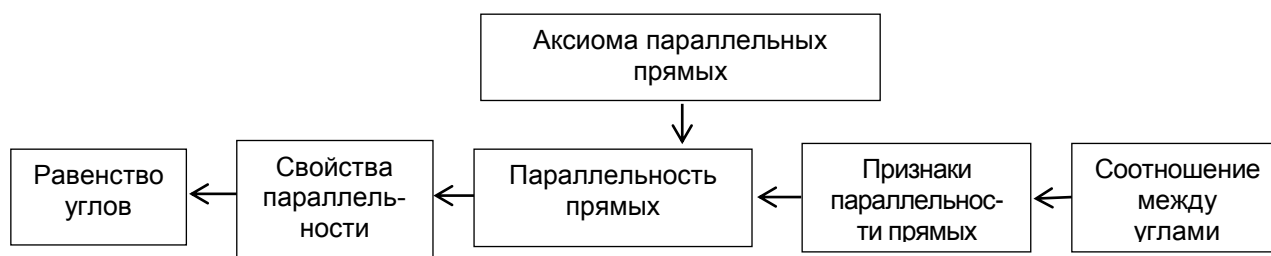
Третий случай: нет ни одной пары параллельных прямых (рис. 3).

Рассуждения аналогичны.

Данная задача предлагается после изучения признаков, свойств параллельных прямых и аксиомы параллельных прямых.

4. *Этап обобщения и контроля.* На данном этапе необходимо отобрать такие открытые задачи, которые охватывают ранее пройденный материал. Формы применения открытых задач могут быть разнообразными: от индивидуального выполнения или зачета до различных нестандартных форм.

Например, это может быть работа в командах. Каждый участник команды придумывает другой команде задачу согласно представленной цепочке. Чем сложнее задача, тем лучше. Команда-соперник должна решить её.



*Подсказка: чем больше звеньев цепочки будет применено в задаче, тем сложнее будет задача, то есть в условии должно содержаться минимум информации, а при ее решении – наибольшее количество звеньев цепочки.*

Например, дано:  $\angle 1 = 60^\circ$ ,  $\angle 2 = 60^\circ$ . Найти:  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  (рис. 4).

Решение этой задачи приведено в приложениях.

Данная задача предлагается после изучения признаков, свойств параллельных прямых и аксиомы параллельных прямых.

5. *Этап рефлексии.* На данном этапе полезно решать те открытые задачи, в которых хотя бы одно из решений может быть использовано при рассмотрении других тем курса. Также можно рассматривать задачи, идеи решения которых встретятся в дальнейшем. Необходимо также сказать, где именно они встретятся.

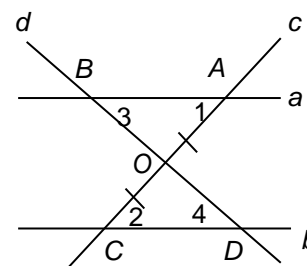


Рис. 4



**Задача 8.** Найдите геометрическое место точек (множество всех точек), равноудаленных от данной прямой (рассмотрите два случая: на плоскости и в пространстве).

На плоскости решением будет пара параллельных прямых. В пространстве решением будет являться цилиндр.

Данная задача рассматривается после изучения понятия расстояний от точки до прямой, между прямыми, между двумя точками, геометрических мест точек на плоскости. Особое внимание следует уделить рассмотрению случая в пространстве, так как ранее этот случай учащимся не встречался.

Рассмотренные примеры лишь начало глобальной целенаправленной работы по изучению возможностей включения в школьный курс математики открытых задач. Однако и она дала уже положительные результаты: проведенное нами опытно-экспериментальное исследование позволяет сделать вывод, что развитие творческих способностей и обучение решению задач учащихся средней школы будет более эффективным, если в образовательном процессе использовать системы открытых задач и сопутствующие им методы активизации мышления.

## Ссылки на источники

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – М.: Госстандарт России: Изд-во стандартов.
2. Бакулевская С. С. Становление интеллектуально-творческой деятельности старшеклассника в процессе решения эвристических задач: дис. ... канд. пед. наук. – Волгоград, 2001. – 162 с.
3. Горев П. М. Формирование творческой деятельности школьников в дополнительном математическом образовании: дис. ... канд. пед. наук. – Киров: ВятГГУ, 2006. – 158 с.
4. Гин А. А. Знакомьтесь: открытые задачи. – URL: <http://www.trizway.com/art/opentask/36.html>.
5. Гин А. А. Теория открытых задач: проблематизация. – URL: <http://www.trizway.com/art/opentask/89.html>.
6. Утёмов В. В. Развитие креативности учащихся основной школы: решая задачи открытого типа: монография. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 186 с.
7. Утёмов В. В. Учебные задачи открытого типа // Концепт. – 2012. – № 5 (май). – ART 1257. – URL: <http://www.covenok.ru/koncept/2012/1257.htm>.
8. Сильвер Э. А. Природа и использование открытых задач в обучении математике // Математические и педагогические перспективы. – Университет Питтсбурга, 1995. – 35 с.
9. Хуторской А. В. Методика личностно-ориентированного обучения. Как обучать всех по-разному? – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2005. – С. 106.
10. Гин А. А. Требования к условию открытой задачи. – URL: <http://www.trizway.com/art/opentask/12.html>.
11. Лебедева С. В. Конструирование открытых заданий как средства развития интеллектуально-творческой деятельности учащихся при обучении математике. – URL: [ftp://lib.herzen.spb.ru/text/lebedeva\\_10\\_31\\_197\\_202.pdf](ftp://lib.herzen.spb.ru/text/lebedeva_10_31_197_202.pdf).
12. Горев П. М., Сорокина А. В. Признаки равенства треугольников как задача открытого типа при изучении геометрии в основной школе // Концепт. – 2012. – № 6 (июнь). – ART 12065. – URL: <http://www.covenok.ru/koncept/2012/12065.htm>.
13. Конаржевский Ю. А. Анализ урока. – М.: Центр «Педагогический поиск», 2000. – 336 с.

### **Pavel Gorev,**

*Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor at the chair of mathematical analysis and methods of teaching mathematics Vyatka State Humanities University, Kirov*

[pavel-gorev@mail.ru](mailto:pavel-gorev@mail.ru)

### **Igor Zыkov,**

*Student of computer science, mathematics and physics Vyatka State Humanities University, Kirov*

[i\\_zykov@list.ru](mailto:i_zykov@list.ru)

### **Using the open type tasks at different stages of math lesson**

**Abstract.** The authors emphasize the possibilities of the use of open problems in the teaching of mathematics, describe a number of requirements for such tasks. Provides examples of the use of open and partially open tasks at different stages of math lesson to enhance the creative potential of high school students.





ART 14137

УДК 37.036.5:514

**Key words:** teaching mathematics, open problems, problem-based learning, developing training, development of creativity.

## References

1. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart osnovnogo obshhego obrazovaniya, Gosstandart Rossii, Izd-vo standartov, Moscow (in Russian).
2. Bakulevskaja, S.S. (2001) *Stanovlenie intellektual'no-tvorcheskoj dejatel'nosti starsheklassnika v processe reshenija jevristsicheskix zadach: dis. ... kand. ped. nauk*, Volgograd, 162 p. (in Russian).
3. Gorev, P.M. (2006) *Formirovanie tvorcheskoj dejatel'nosti shkol'nikov v dopolnitel'nom matematicheskom obrazovanii: dip. ... kand. ped. nauk*, VjatGGU, Kirov, 158 p. (in Russian).
4. Gin, A.A. *Znakom'tes': otkrytye zadachi*. Available at: <http://www.trizway.com/art/opentask/36.html> (in Russian).
5. Gin, A.A. *Teorija otkrytyh zadach: problematizacija*. Available at: <http://www.trizway.com/art/opentask/89.html> (in Russian).
6. Utjomov, V.V. (2012) *Razvitie kreativnosti uchashhihsja osnovnoj shkoly: reshaja zadachi otkrytogo tipa: monografija*, LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken, 186 p. (in Russian).
7. Utjomov, V.V. (2012) "Uchebnye zadachi otkrytogo tipa", *Koncept*, № 5 (maj). ART 1257. Available at: <http://www.covenok.ru/koncept/2012/1257.htm> (in Russian).
8. Sil'ver, Je.A. (1995) "Priroda i ispol'zovanie otkrytyh zadach v obuchenii matematike", *Matematicheskie i pedagogicheskie perspektivy*, Universitet Pittsburga, 35 p. (in Russian).
9. Hutorskoj, A.V. (2005) *Metodika lichnostno-orientirovannogo obuchenija. Kak obuchat' vseh poraznomu?* VLADOS-PRESS, Moscow, p. 106 (in Russian).
10. Gin, A.A. *Trebovanija k usloviju otkrytoj zadachi*. Available at: <http://www.trizway.com/art/opentask/12.html> (in Russian).
11. Lebedeva, S.V. *Konstruirovanie otkrytyh zadanij kak sredstva razvitija intellektual'no-tvorcheskoj dejatel'nosti uchashhihsja pri obuchenii matematike*. Available at: [ftp://lib.herzen.spb.ru/text/lebedeva\\_10\\_31\\_197\\_202.pdf](ftp://lib.herzen.spb.ru/text/lebedeva_10_31_197_202.pdf) (in Russian).
12. Gorev, P.M., Sorokina, A.V. (2012) "Priznaki ravenstva treugol'nikov kak zadacha otkrytogo tipa pri izuchenii geometrii v osnovnoj shkole", *Koncept*, № 6 (ijun'). ART 12065. Available at: <http://www.covenok.ru/koncept/2012/12065.htm> (in Russian).
13. Konarzhevskij, Ju.A. (2000) *Analiz uroka*, Centr "Pedagogicheskij poisk", Moscow, 336 p. (in Russian).

## Рекомендовано к публикации:

Некрасовой Г. Н., доктором педагогических наук, профессором, членом редакционной коллегии журнала «Концепт»