

Исследовательские задания с практическим содержанием при обучении математике

Белова Ольга Юрьевна,

учитель математики МОАУ «Лицей № 21», г. Киров

Аннотация. Статья посвящена развитию творческих способностей учащихся при обучении математике на уроках интегрированного применения знаний. Автором предложена разработка урока «Применение производной к решению задач на оптимизацию» в 10-ом классе.

Ключевые слова: производная, задачи на оптимизацию, эксперимент, практическое задание.

«Особую важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека: как располагать своими средствами для достижения наибольшей выгоды» (П. Л. Чебышев).

В современных условиях образования учителю нужно не только отрабатывать вычислительные навыки, умение пользоваться формулами и решения стандартных задач учащимися, но и развивать творческие способности учеников (в частности и на уроках математики).

«Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи. Причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности» (Д. Пойа).

Часто математика, как наука строгая, требующая серьезных доказательств, оказывается оторванной от жизни, учащиеся не видят связи ее с практикой, не понимают сложности применения отдельных выкладок в той или иной ситуации, не могут создать математическую модель при конкретном эксперименте. Несомненно, творческие способности у учеников развить помогут исследовательские задачи, задачи с использованием эксперимента.

В настоящее время вопросам повышения качества и эффективности уделяется большое внимание во всех сферах производства. На практике часто приходится решать так называемые задачи на оптимизацию (optimum – наилучший). Инженеры-технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции; конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей; экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными и т. д.

Именно поэтому особое значение приобретает умение решать так называемые задачи на оптимизацию. Этот вид задач возник в тот момент, когда необходимо было выяснить, как с помощью имеющихся средств достичь наилучшего результата. Более того, нужный результат необходимо получить с наименьшими затратами труда, средств, времени и т. п. В 10-ом классе изучаются методы решения такого вида задач, основанные на применении производной. Кстати, одной из самых важных целей изучения элементов математического анализа в средней школе и является формирование умений решать задачи на оптимизацию.

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и т. д., так как механический смысл производной – это мгновенная скорость.

Для формирования умения интегрировать знания из различных тем курсов математики и физики, формирования навыков видения проблемы, нахождения научных путей ее решения (выстраивание алгоритма действий), формирования навыков исследовательской работы и развития творческих способностей очень подходит решение задач на оптимизацию.

В качестве примера использования исследовательских заданий с практическим содержанием при обучении математике предлагается урок интегрированного применения знаний и умений в 10-ом классе «Применение производной к решению задач на оптимизацию».

Цели по содержанию. Образовательная: закрепить умения находить наибольшее и наименьшее значение функции с помощью производной в задачах практического содержания, в задачах физического содержания. Развивающая: сформировать умение применять знакомые знания в нестандартной ситуации, развитие творческого мышления. Воспитательная: формирование учебно-коммуникативных, учебно-интеллектуальных умений, воспитание интереса к математике.

Необходимый реквизит к уроку. Инструкции с задачами для работы учащихся в группах; баллистический пистолет, металлический шарик, измерительная лента, копировальная бумага, флажки; лампа накаливания мощностью 100 Вт, физический штатив, сетевой фильтр, метровая линейка, люксметр, модель крышки круглого стола радиуса 0,5 м; три листа картона размера А4, скотч, сыпучее вещество (например, соль), перчатки, совок.

Ожидаемый результат урока. Интегрированный урок должен показать учащимся необходимость применения математического анализа (производной) в различных областях науки и окружающей действительности, алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функций как универсального метода решения различных задач на оптимизацию.

На уроке-исследовании учащиеся работают в группах самостоятельно по инструкции учителя, причем в группах делятся на подгруппы тех, кто делает теоретические расчеты, и тех, кто отвечает за эксперимент. После решения задачи группа предоставляет теоретические расчеты и демонстрацию опытного подтверждения расчетов.

Ход урока

1. Организация учащихся на занятие. Объявление темы, постановка задач занятия. Распределение учащихся по группам. Распределение задач по группам.
2. Консультация учащихся по вопросам организации работы. Распределение заданий по группам, знакомство с оборудованием, необходимым для опыта. Ознакомление учащихся с заданием, с необычной формой урока.
3. Интегрированная работа в группах над задачами. Решение задач, подготовка опыта с помощью инструкции. Заполнение результатов вычислений в таблицу.
4. Проведение опыта, выводы учащихся по задаче.
5. Рефлексия. Выводы учителя. Учащиеся определяют, какая задача заинтересовала их наиболее всего.
6. Учащиеся записывают домашнее задание: подобрать, найти интересные задачи на оптимизацию из других областей науки и техники.

Для исследования учащимся предлагаются следующие задачи.

Задача 1. Расстояние между шахтами А и В по шоссейной дороге 60 км. На шахте А добывается 200 тонн руды в сутки, на шахте В – 100 тонн руды в сутки. Где нужно построить завод по переработке руды, чтобы для ее перевозки количество тонно-километров было наименьшим?

Задача 2. Из данного листа картона, вырезав по углам квадраты, собрать открытую сверху коробку наибольшего объема.

Задача 3. На какой высоте h надо повесить лампочку мощностью 100 Вт над круглым столом радиуса $R = 0,5$ м, чтобы освещенность стола на линии окружности была наибольшей?

Задача 4. Определите угол α , при котором дальность полета металлического шарика, выпущенного из баллистического пистолета, будет наибольшей.

В ходе работы над задачами учащиеся заполняют следующую таблицу.

Оптимизируемая величина	
Независимая величина	
Ограничения независимой величины	
Составленная функция	
Производная функции	
Стационарные точки	
Критические точки	
Рассматриваемый промежуток	
Точки экстремума	
Наибольшее, наименьшее значение функции	

Обращаем внимание так же на то, что к каждой задаче учащимся выдается инструкция по ее практической реализации.

Инструкция к задаче 1. Решите задачу с помощью производной. Заполните данные в таблицу. Подтвердите свои вычисления примерами для различных значений расстояний от шахты А до завода. Сделайте выводы.

Инструкция к задаче 2. Решите задачу с помощью производной. Заполните данные в таблицу. Сконструируйте три коробки, вырезав квадраты разных размеров (один должен иметь расчетные размеры). Подтвердите опытным путем, что коробка действительно имеет наибольший объем.

Инструкция к задаче 3. Решите задачу с помощью производной. Заполните данные в таблицу. Закрепите лампочку и метровую линейку в штатив, расположите круглую крышку стола так, чтобы штатив был в центре. Приготовьте для работы люксметр. Включите лампочку в сеть. Перемещая лампочку вдоль штатива, измеряя люксметром освещенность на линии окружности, найти точку высоты наибольшей освещенности. Сравните ее с расчетным значением.

Инструкция к задаче 4. Решите задачу с помощью производной. Заполните данные в таблицу. Выполните эксперимент по запуску шарика из баллистического пистолета для различных значений угла α , замеряя при этом дальность полета. Для этого: 1) закрепите пистолет на краю стола, установив какое-либо значение угла α ; 2) закрепите измерительную ленту на столе и копировальную бумагу для отметки точки приземления шарика; 3) отметьте эти точки флажками; 4) измерив расстояние, сделайте вывод, при каком α расстояние наибольшее; 5) сравните его с расчетным, сделайте вывод.

Итак, производную применяют для исследования функции и построения ее графика, для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Производная – часть математической науки, одно из её звеньев. Нет этого звена – прерваны связи между многими понятиями.

Актуальность темы «Производная в школьном курсе математики» следует из того, что человек в повседневной деятельности постоянно сталкивается с решением задач, которые могут быть полностью описаны с помощью функций на математическом языке, а между тем производная является мощным орудием исследования функций. Тема «Производная и ее применения» является одним из основных разделов начал математического анализа. При изучении тех или иных процессов и явлений часто возникает задача определения скорости этих

процессов. Её решение приводит к понятию производной, являющемуся основным понятием дифференциального исчисления.

«Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение» (Ф. Энгельс).